

2018~2019学年天津河西区天津市新华中学高一下学期期中数学试卷

一、选择题（本大题共8题，共计32分）

1. 已知 $|\vec{a}| = 2$ ，向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影为 $\sqrt{3}$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 () .

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{6}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

2. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对边分别是 a, b, c ，若 $a = 3, b = \sqrt{3}, A = \frac{\pi}{3}$ ，则 $B =$ () .

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{5\pi}{6}$ C. $\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

3. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $a \cos C + c \cos A = b \sin B$ ，则此三角形为 () .

- A. 等边三角形 B. 等腰三角形 C. 直角三角形 D. 等腰直角三角形

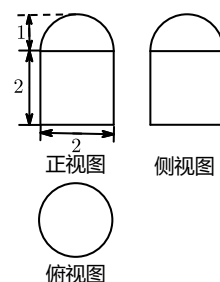
4. 已知 α, β 是两个不同平面， m, n 是两条不同直线，则以下命题正确的是 () .

- A. 若 $m \parallel n, n \subset \alpha$ ，则 $m \parallel \alpha$ B. 若 $m \parallel \alpha, m \parallel \beta$ ，则 $\alpha \parallel \beta$
C. 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$ ，则 $m \parallel n$ D. 若 $m \parallel \alpha, m \subset \beta, \alpha \cap \beta = n$ ，则 $m \parallel n$

5. 下列命题中正确的是 () .

- A. 有两个面平行，其余各面都是四边形的几何体叫棱柱
B. 有两个面平行，其余各面都是平行四边形的几何体叫棱柱
C. 有两个面平行，其余各面都是四边形，并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行的几何体叫棱柱
D. 用一个平面去截棱锥，底面和截面之间的部分组成的几何体叫棱台

6. 某几何体的三视图如图所示，则其表面积为 () .



- A. 6π B. 7π C. 8π D. 12π

7. 已知圆柱的高为1，它的两个底面的圆周在同一个球的球面上，球的直径为2，则该圆柱体积为 () .

- A. π B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}$

8. 在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $B = \frac{\pi}{3}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -2$, 且满足 $\sin A + \sin C = 2 \sin B$, 则该三角形的外接圆的半径 R 为 () .
- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

二、填空题 (本大题共6题, 共计24分)

9. 向量 $\vec{a} = (n, 1)$ 与 $\vec{b} = (9, n)$ 共线, 则 $n =$ _____ .

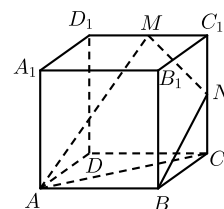
10. 一个圆锥的侧面展开图的中心角为 $\frac{2\pi}{3}$, 母线长为2, 则此圆锥的底面半径为 _____ .

11. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a^2 + b^2 - c^2 = ab = \sqrt{3}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____ .

12. 如图所示, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, M, N 分别为棱 C_1D_1, C_1C 的中点, 有以下四个结论:

- ①直线 AM 与 CC_1 是相交直线;
 ②直线 AM 与 BN 是平行直线;
 ③直线 BN 与 MB_1 是异面直线;
 ④直线 MN 与 AC 所成的角为 60° .

其中正确的结论为 _____ .



13. 已知一个四面体的所有棱长都为2, 则该四面体的外接球的体积为 _____ .

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $AB = 3$, $AC = 2$, 若 $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AE} = \lambda\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ ($\lambda \in \mathbf{R}$), 且 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE} = -4$, 则 λ 的值为 _____ .

三、解答题 (本大题共4题, 共计44分)

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\sqrt{3}b \sin A = a \cos B$.

(1) 求角 B .

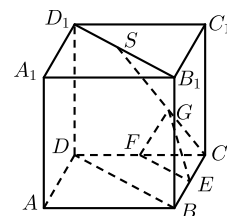
(2) 若 $b = 3, \sin C = \sqrt{3} \sin A$, 求 a, c 的值.

16. 已知向量 $|\vec{a}| = 2, \vec{b} = \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, 且 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 夹角为 $\frac{2\pi}{3}$.

(1) 求 $|\vec{a} + 2\vec{b}|$.

(2) 若 $(\vec{a} + k\vec{b}) \perp (2\vec{b} - \vec{a})$, 求实数 k 的值.

17. 如图所示, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, S 是 B_1D_1 的中点, E, F, G 分别是 BC, DC, SC 的中点. 求证:



(1) 直线 $EG \parallel$ 平面 BDD_1B_1 .

(2) 平面 $EFG \parallel$ 平面 BDD_1B_1 .

(3) 求异面直线 SC 和 A_1D_1 所成的角的余弦值.

18. 已知向量 $\vec{m} = (\sqrt{3} \sin x, 1 - \sqrt{2} \sin x)$, $\vec{n} = (2 \cos x, 1 + \sqrt{2} \sin x)$.

(1) 若函数 $f(x) = \vec{m} \cdot \vec{n}$, 当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 时, 求 $f(x)$ 的值域;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 对边分别为 a, b, c , 且满足 $\frac{b}{a} = \sqrt{3}$, $\frac{\sin B \cos A}{\sin A} = 2 - \cos B$, 求 $f(B)$ 的值.